Несколько воспоминаний о будущем

В.А.Зорич

К 80-летию мехмата МГУ

Экспериментальный поток и его цели.

Я не раз слышал порой очень далекие от истины, но лихие суждения в ту или иную сторону о когда-то состоявшемся на мехмате рабочем эксперименте, называемом «экспериментальный поток». Не вникая в оценки, я хотел бы лишь предоставить здесь в распоряжение заинтересованным математикам некоторые сохранившиеся у меня документы и сведения, относящиеся к тому далекому первому экспериментальному потоку естественнонаучной ориентации, который когда-то был организован на факультете. Не исключено (если не сказать, похоже), что та же идея вскоре будет вновь актуальна и надо будет её реализовывать новой командой в новых условиях.

Первый экспериментальный поток на механико-математическом факультете МГУ работал в период 1975-1979. Поток --- громкое название одной студенческой группы, выбранной случайным образом (таковы были условия, наряду с некоторыми другими, поставленными администрацией организаторам). Это была одна из групп математиков, которая первый семестр училась в общем потоке по стандартной программе. Дальше, и уже до самого окончания факультета, она занималась по своему учебному плану.
В его реализации и отработке и состоял эксперимент. Подготовка и согласование этого плана на разном уровне потребовали времени и усилий, прежде чем в 1975 году началась его фактическая реализация.

В двух словах цель состояла в обновлении содержания, тщательном согласовании взаимодействия математических дисциплин, и таком порядке изложения математики, механики, физики, который бы позволил ликвидировать, или хотя бы сократить, пропасть между математикой и естествознанием, в первую очередь физикой, которую большинство студентов-математиков в стандартной ситуации уже воспринимало как нечто чуждое, инородное.

Несколько более конкретные сведения о структуре того учебного плана будут даны ниже, как и имена лекторов курсов. А сейчас, не прерываясь, я лучше приведу исходное инициативное обращение к администрации факультета, где подробнее изложены существовавшие проблемы, а также задачи и цели будущего экспериментального плана и экспериментального потока. Благодаря современной технике мы имеем возможность дать здесь сканирование этого письма.

В последние годы на нашем факультете велась серьезная работа по модернизации программ: были введены некоторые новые курсы, внесены изменения и дополнения в старые. Признавая полезность результатов этой работы, мы считаем ее недостаточной. Кроме того, по нашему мнению вес естественно-научных дисциплин в образовании остается весьма малым: физико-механический цикл невелик по объему; он начинается очень поздно (с конца 3 курса), когда научная психология студента, его математические вкусы и определенный стандарт в восприятии языка математики уже выработаны в основном, когда он уже выбрал себе специализацию, привык к формированию своих интересов на базе чисто математической - без видимой связи с внешним миром. Преподавание самих общематематических курсов носит в некотором смысле схоластический, формально-логический характер - во всяком случае, очень часто. Во главу ставится общая, понятийная, сторона математического предмета и некоторая минимальная схема логических связей между понятиями. Большое количество теорем призвано, в основном, уточнить эту систему логических связей. Такое изложение вязнет в своих собственных трудностях, не позволяет дойти до серьезных приложений, выработать методы решения конкретных задач. Чрезвычайно слабо поставлен анализ естественно-научного происхождения и проявлений наиболее фундаментальных математических понятий.

Вследствие этого, когда к концу 3-го - началу 4-го курса начинается преподавание естественно-научных предметов, студент воспринимает их очень плохо, как чужеродное тело: он - не видит в них никакой идейной связи со всем его предыдущим образованием, не считает эти предметы нужными для себя в будущем, не может глубоко понять даже их математического языка, основ и методов. Наконец, связи между разными математическими курсами в процессе обучения также весьма слабые. Вследствие этого формирование курсов часто происходит на субъективной основе - нет ясной общей цели образования, поставленной перед всей совокупностью курсов. Недостаточно поставлены предметы прикладной математики - слаба их связь с остальным математическим образованием, в котором не поставлено достаточного количества естественно-научных, экономических или инженерных задач, на которые могли бы ориентироваться методы прикладной, в частности вычислительной математики. Уже с 3-го курса наиболее способная часть студенчества мыслит себе будущую научную деятельность лишь в том или ином разделе чистой математики (при этом в чистой математике студенты, как правило, получают чрезвычайно узкую специализацию по той кафедре, которую они кончают). Как нам кажется, факультет обладает научными возможностями, позволяющими преодолеть эти дефекты. Понятно, что преодоление столь глубоких недостатков потребует немалого времени, но начинать нужно как можно скорее. Естественно, что нельзя сразу, в масштабе отделения математики в целом, изменить всю совокупность планов и программ, сложившихся в течение длительного периода. Было бы крайне желательно создать небольшой по объему (I,5-2 студенческих группы) экспериментальный поток, в котором бы новые учебные планы создавались и экспериментально проверялись. Отбор студентов в этот поток мог бы проводиться со средины I-го курса (или с начала 2-го) на нормальной объективной основе, исключающей отбор "элиты", состоящей лишь из наиболее способных. Организация учебной работы на экспериментальном потоке должна носить межкафедральный характер; детализированные программы курсов должны быть выработаны всем коллективом совместно, учитывая максимальное взаимодействие предметов - не только математических, но и естественно-научных, которые должны начинаться не позднее начала 2-го курса.

Мы провели работу по созданию предварительного варианта учебного плана такого экспериментального потока, детально обсудили возможную схему взаимодействия ряда предметов. В случае, если идея создания экспериментального потока при отделении математики будет принципиально одобрена, мы готовы обратиться к специалистам по ряду предметов, совместно с ними выработать детализированную программу и приступить к ее реализации.

Профессор
В.А.Зорич

Профессор
Член-корр.АН СССР
С.П.Новиков

12.6.73

Учебный план и содержание итогового экзамена.

Итак, экспериментальный поток в виде студенческой группы начал функционировать и работать по собственному учебному плану весной 1975 года, когда эти студенты были на втором семестре первого курса.

Научным руководителем экспериментального потока был утвержден Сергей Петрович Новиков. Замечу, что по инициативе Вениамина Петровича Мясникова (к сожалению, безвременно ушедшего, а тогда бывшего в должности заместителя Леонида Ивановича Седова, заведовавшего отделением механики) Сергей Петрович к этому моменту уже прочитал радикально обновленный курс геометрии механикам. Надо сказать, что в ту пору механики проявляли живой интерес к экспериментальному потоку математиков и даже планировали, пользуясь опытом математиков, организовать свой полноценный экспериментальный поток на отделении механики.

Лекторы первого экспериментального потока (они будут указаны ниже вместе с программами их курсов), разумеется, тоже имели за плечами творческий опыт и были готовы к взаимодействию.

Прежде, чем спускаться на уровень деталей, не всем одинаково интересных, приведу перечень вопросов итогового государственного экзамена этого экспериментального потока. Профессионалу он уже может сказать больше, чем море комментариев.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

П Р О Г Р А М М А
Государственных экзаменов (специальность "МАТЕМАТИКА")
Экспериментальный поток, 1978/1979 учебный год.

1. Непрерывная функция. Свойства функции непрерывных наотрезке, Формулировка соответствующих свойств непрерывных отображений компактов и связных пространств.
2. Дифференцируемая функция и дифференциал. Геометрическая интерпритация в случае $f: R^1 \to R^1$ Теорема о конечном приращении. Достаточные условия дифференцируемости функции $f: R^m \to R^1$ Производная по вектору и градиент. Матрица Якоби дифференцируемо~~жи~~го отображения $f: R^n \to R^n$
Условия C-дифференцируемости R-дифференцируемого отображения $f: R^2 \to R^2$
3. Интеграл Римана, интегрируемость непрерывной функции. Формулировка критерия Лебега. Существование первообразной непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

4.Неявная функция.Условия локального существования,непрерывности и дифференцируемости.
5.Сумма ряда.Критерий Коши сходимости.Абсолютная сходимость и достаточные признаки абсолютной сходимости.Действия с рядами.Формулировка теоремы Римана.
6.Равномерная сходимость ряда.Мажорантный признак равномерной сходимости ряда.Достаточное условие коммутирования двух предельных переходов.Непрерывность суммы,интегрирование ряда и дифференцирование
7.Интеграл,зависящий от параметра.Непрерывность ,интегрирование и дифференцирование собственного и несобственного интеграла по параметру. Примеры:Эйлеровы интегралы,преобразование Фурье.
8.Степенной ряд,его область сходимости и характер сходимости.Аналитичность суммы степенного ряда.Тейлоровские разложения основных элементарных функций.Формула Эйлера.
9.Ряд Фурье.Экстремальное свойство коэффициентов Фурье.Полные системы. Сходимость классического ряда Фурье в точке.Гладкость функции и скорость сходимости её ряда.Фурье.Полнота тригонометрической системы.
10.Дифференциальная форма.Интегрирование форм.Формула Стокса для многообразия с краем.(доказательство для куба.).Классические формулы Остроградского,Стокса,Грина.Градиент,дивергенция и вихрь.
11.Теорема Коши и интегральная формула Коши для аналитической функции. Ряд Тейлора и ряд Лорана.Классификация изолированных особых точек однозначного характера.Вычет и его вычисление.Теорема Коши о вычетах.
12.Конформное отображение.Геометрический смысл модуля и аргумента производной.Элементарные функции комплексного переменного и осуществляемые ими конформные преобразования.
13.Уравнения плоской гидродинамики идеальной несжимаемой жидкости. Комплексный потенциал течения.Использование конформных отображений в гидродинамике.Формула Жуковского,обтекания пластины со срывом струй.
14.Мера и интеграл Лебега на отрезке(схема построения).Теорема о предельном переходе под знаком интеграла Лебега.
15.Линейные пространства,их подпространства.Базис,размерность.Теорема о ранге матрицы.Системы линейных уравнений.Геометрическая интерпритация системы линейных уравнений.Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений.Теорема Кронекера-Каппели.
16.Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах, их матрицы.Приведение к нормальному виду.Закон инерции.
17.Линейные преобразования линейного пространства,их задания матрицами.Характеристический многочлен линейного преобразования.Собственные векторы и собственные значения,связь последних с характеристическими корнями.
18.Евклидово и унитарное пространства.Ортонормировальные базисы. Ортогональные и унитарные матрицы.Симметрические преобразования.Приведение квадратичной формы к главным осям.

I9.Группы.Подгруппы,теорема Лагранжа.Порядок элемента.Циклические группы.Фактор-группы.Группы движений пространств R^2 и R^3.Их алгебраическая структура.

2Ø.Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей 2-го порядка.Проективная классификация кривых.

2I.Дифференциальнее уравнение первого порядка.Теорема о существовании и единственности решения:Метод сжатых отображений.Выпрямление поля направлений.

22.Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.Линейное однородное уравнение.Линейная зависимость функций.Фундаментальная система решений.Определитель Вронского,линейное неоднородное уравнение.

23.Линейные уравнения с постоянными коэффициентами:однородные и неоднородные(с квазимногочленом в правой части).

24.Кривизна линий в R^2 и R^3.Кручения.Формулы Френе.Ортогональные преобразования ,зависящие от параметра.

25.Понятие римановой метрики.Евклидова метрика в сферических координатах.Координаты,риманова метрика на поверхности в R^3.Метрика сферы S^2. Движение сферы.Конформные координаты на сфере.

26.Вторая квадратичная форма поверхности.Нормальная кривизна линии на поверхности.Теорема Менье.Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.

27.Псевдоевклидово пространство $R^{4,1}$, $R^{3,1}$, $R^{2,1}$.Группа псевдовращений. Псевдосферические координаты.Плоскость Лобачевского.как поверхность в $R^{2,1}$,её движения,конформные координаты.Метрика Лобачевского на единичном круге и верхней полуплоскости.

28.Вариационная задача.Уравнение Эйлера-Лагранжа.Основные примеры: геодезические линии,материальная точка в потенциальном поле;законы сохранения энергии и импульса;момент импульса;геодезические на поверхности вращения;частица в сферически симметричном поле;Кеплерова задача.

От сдающих гос.экзамены требуются знание основных этапов истории развития математики в России и за рубежом,общее представление о важнейших достижениях передовой Советской науки в области математики,

Л И Т Е Р А Т У Р А

I.Кострикин А.И. Введение в алгебру.
2.Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
3.Мальцев А.И. Основы линейной алгебры.
4.Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии.
5.Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
6.Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств.
7.Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа,т.I,П.
8.Кудрявцев Л.Д. Математический анализ.
9.Рудин У. Основы математического анализа.
I0.Никольский С.М. Курс математического анализа.
II.Зорич В.А. Основы математического анализа. (I,П семестры)
I2.Зорич В.А. Лекции по математическому анализу (Н,Ш семестры)
I3.Колмогоров А.Н. ,Фомин С.В. Элементы функционального анализа.
I4.Никишин Е.М. Теория функций действмтельного переменного(конспект лекций для эксперементального потока.)

15.Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.
16.Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
17.Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
18.Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
19.Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного
20.Маркушевич А.И. Теория аналитических функций.
21.Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ.
22.Лаврентьев М.А. ,Шабат Б.В.Методы теории функций комплексного переменного .
23.Кочин Н.Е.,Кибель И.А.,Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика.
25.Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия.
26.Новиков С.П. Дифференциальная геометрия(части I,П).
27.Новиков С.П. ,Фоменко А.Т. Дифференциальная геометрия часть III.
28.Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России и СССР.
29.Рыбников К.А. История математики.

УТВЕРЖДАЮ
Зав.отделением математики
академик /А.Н.Колмогоров/

Сергею Петровичу Новикову как научному руководителю экспериментального потока, а порой и мне, как подписавшему инициативное письмо, приходилось время от времени отчитываться и делать доклады разным инстанциям, советам, конференциям, совещаниям. Сохранившаяся у меня часть того, что приходилось по этому поводу готовить, и служит здесь содержательной основой текста. Я позволил себе не заниматься, ни переписыванием, ни какой-либо правкой, даже там, где этого бы требовала русская грамматика. Я просто отсканировал некоторые бумаги, в том числе черновики, если иного не было. Так, приводимый ниже учебный план когда-то был от руки нарисован одним моим студентом той группы Евгением Александровичем Рогановым, который сейчас уже сам научный руководитель. Поясню, что все обязательные в ту пору непрофильные курсы (типа истории партии) были вне эксперимента и студенты экспериментального потока слушали и сдавали их вместе с остальными студентами.

1	Мат. ан. 8 зач. экз.	Анал. геом. 7(4+3) зач. экз.	Высш. алг. 5(3+2) зач. экз.	Введение в специальность 1				
2	Мат. ан. 8 зач. экз.		Линей. алг. и геометрия 8 зач. экз.	Мат. логика (введение в) 4 экз.			Теор. мех. 2 зач.	
3	Мат. ан. 8 зач. экз.	Диф. ур. 4 зач.	Геом. и вар. исч. 4 экз.	ТФДП 2(2+0) экз.	Выч. маш. и прогр. 3(1+2) зач.		Теор. мех. 2 1+1 зач.	
4	Мат. ан. 8 зач. экз.	Диф. ур. 4 экз.	Геом. и вар. исч. 3(2+1) зач.		Выч. маш. и прогр 3(1+2) зач.	Теор. вер. и мат. стат. 4 зач.	Теор. мех. 4 экз.	
5	ТФКП 4 зач.		Теор. предст. 4 экз.	Ан-з III 4 зач.	Спец. сем. 2	Теор. вер. и мат. стат. 4 экз.	МСС 4 экз.	Ст 4
6	ТФКП 4 экз.	Ур. мат. физ. 3(2+1) зач.	зач.	Ан-з III 4 экз.	зач.	Случ. пр-сы (теор. вер.) 3(2+1) зач.	МСС 2 зач.	К 4
7		Ур. мат. физ. 4 3(2+2) экз.	С/К Геометр. и теория относит. 1/2 г. 2 экз.	Асимпт. мет. 2	экз.	Выч. практ-м Методы выч 4 (2+2) зач.		К 4
8	зач.			Асимпт. мет. 2 экз.	зач.	Выч. практ-м Методы выч. 4(2+2) зач. экз.	Истор. и метод. мат.-ки 2 зач.	К
9							Истор. и метод. мат.-ки 2 зач.	
10	зач.							

				Ист. КПСС 4 зач.	Англ. яз. 4 зач.	Физвосп. 4 зач.	Гражд. обор. ~~2~~1	34 6 зач. 3 экз.
х. ч.				Ист. КПСС 3 экз.	Англ. яз. 4 зач.	Физвосп. 4 зач.	Гражд. обор. 2 зач.	35 6 зач. 4 экз.
х. ч.			Диал. мат. (филос) 2	Ист. КПСС 3 экз.	Англ. яз. 4 зач.	Физвосп. 4 зач.	Военн. подг. 2 зач.	38 7 зач. 4 экз.
к. кз.			Диал. мат. (филос) 2 экз.		Англ. яз. 4 экз.	Физвосп. 4 зач.	Военн. подг. 2 зач.	38 6 зач. 5 экз.
экз.	Стат. физ. (эл-ты стат. мех. и термодинамика) 4 экз.		Истор. мат. (филос) 2	~~Полит. экон.~~	Англ. яз. 0 чтение зач.	Физвосп. 2 зач.	Военная подг. 5 экз.	35 4 зач. 5 экз.
ч.	Кв. мех. 4 экз.	Спец курс по выб. студента 2	Истор. мат. (филос) 2 экз.	Полит. экон. 4 экз.	Англ. яз. 0 чтение зач.	Физвосп. 2 зач.	Военн. подг. 6 зач.	38 8 зач. 5 экз.
	Кв. мех 4 экз.	Спец курс по выб. студента 2 экз		Полит. экон. 4 экз.	Англ. яз. 2 зач.	Физвосп. 2 зач.	Военн. подг. 6 экз.	33+1 3 зач. 6 экз.
студ. зач.	Кв. мех 1г. с/к по физике 4 экз.			Научн. ком. 43 зач.		Физвосп. 2 зач.	Военн. подг. 6 зач.	25 7 зач. 3 экз.
студ. зач.		Сов. право 2 зач.	Атеизм основы научн. 2 зач.	Научн. ком. 2 зач.	Эстетика основы маркс.-ленинск. 2 факульт.			12 4 зач. 0 экз.
			Гос. экз. после 8го сем. — Военн. подг. после 10го сем. — Научн. ком-м, Математики и защ. дипл. р-ты					2 1 зач. 0 экз.

Тезисы доклада с некоторыми итогами.

Ниже помещено сканирование рукописного черновика какого-то моего доклада, относившегося ко времени завершения работы первого экспериментального потока. Интерес тут может представлять тезисное изложение главного, а также перечисление большинства лекторов и преподавателей потока. В этих тезисах, в частности, указано на то, что мне представлялось и сейчас представляется ценным итогом работы экспериментального потока --- программы и записи прочитанных курсов. Они в печатном или рукописном виде (в записях самих преподавателей или студентов) были переданы в библиотеку факультета. Конечно, их следовало бы в своё время опубликовать. Более того, это могло произойти, но не произошло по обстоятельствам для меня удивительным и странным, о которых я, может быть, ещё упомяну потом. Но полной беды всё равно не случилось, поскольку в той или иной форме и степени эти записи легли в основу новых учебников, учебных пособий и иных математических книг, написанных лекторами экспериментального потока. Эти учебники и книги получили известность и стали широко использоваться во всех ведущих университетах страны, а в переводах также и за ее пределами. Это, собственно, и есть основной итог и показатель эффективности работы любого экспериментального потока такого рода.

В. А. Зорич

Экспериментальный поток на отделении математики механико-математического факультета Московского университета.

Тезисы доклада.

1. Доклад – краткая информация о работе экспериментального потока на отделении математики в период 1975–1979 гг.

2. Экспериментальный поток – условное рабочее название (а не противопоставление остальным) одной студенческой группы, обучавшейся в указанный период по специальной программе.

3. Две тенденции в математике: стремление к максимальной общности и стремление к конкретности, ~~а~~ ~~[illegible]~~ мотивировкам и проверкам ~~[illegible]~~ фундаментальных математических понятий и направлений исследований. ~~[illegible]~~ Обе эти тенденции вместе составляют целое, однако в разные периоды в математике, математических школах и у отдельных математиков преобладает то одна, то другая из них.

4. Мнения и предложения научного и методического характера, вызревающие в математической среде в какой-то момент становятся широко признанными и ~~требуют~~ нуждаются в конкретной реализации и проверке.

5. Цели данного экспериментального потока

a) В математических курсах выделить фундаментальные понятия и эффективные методы и привести содержательные примеры их использования.

в) Добиться большего взаимодействия дисциплин и на этой основе единства обязательного математического образования.

c) Сделать органической частью математического образования цикл естественно-научных дисциплин, в которых математические методы могли бы демонстрироваться ~~в приложениях~~ в их внематематических приложениях.

6. Реализация указанной программы невозможна в рамках отдельных курсов и не целесообразна сразу в масштабах всего отделения математики. Решение (1975 г.) ученого совета ~~[illegible]~~ для этого: выделить одну студенческую группу (экспериментальный поток). ~~Вскоре создана~~ ~~[illegible]~~ В 1979 г. эта ~~экспериментальная~~ группа закончила пятый курс.

7. ~~[illegible]~~ Научный руководитель С. П. Новиков.

Лекторы: А.И. Кострикин (Алгебра), В.А. Зорич (Анализ I, II; Методы ТФКП); Е.М. Никишин (ТФДП); В.И. Арнольд (Обыкновенные дифференциальные уравнения); М. Шубин (Уравнения математической физики); А.Г. Костюченко (Анализ III); Э. Винберг (Теория представлений)

Я.Г. Синай (Теория вероятностей и случайные процессы)
О.В. Локуциевский (Методы вычислений); К.И. Бабенко (Асимптотические методы) Н.Н. Колесников (Теоретическая механика); Н.Р. Сибгатуллин (Механика сплошной среды);
Ларкин и Дзялошинский (Стат. физика; Квантовая механика). Кроме того в ~~…~~ ведении упражнений участвовали Б.А. Дубровин (Геометрия и вариационное исчисление; Теория представлений); Степин (Анализ III)
(Теория вероятностей и случайные процессы);
(Теоретическая механика.); (Механика сплошной среды)
Жуковский (Физика).

8. Учебный план и программы курсов были составлены в соответствии с целями экспериментального потока. Полный текст программ отдельных курсов — в библиотеке мех-мата (со временем их стоит опубликовать). Не указанные в п. 7 курсы слушались студентами группы в общем потоке.

9. Итоги
а) Созданы или конкретизированы и опробованы программы как уже имевшихся, так и вновь поставленных курсов.
б) Сделаны записи многих нестандартных разделов читавшихся курсов;
в) Цикл дисциплин естественно-научного содержания сопровождал весь математический цикл и был согласован с ним.

10. Выводы и предложения.
а) При проверке и отработке программ, затрагивающих всё математическое образование или его значительные куски является эффективной концентрированная во времени и организованная на межкафедральном уровне работа квалифицированного коллектива.
б) Решение об открытии каждого экспериментального потока в каждом конкретном случае должно носить индивидуальный характер, в зависимости от конкретных условий, при наличии квалифицированных кадров и достаточной предварительной подготовки.
в) Итоги работы (учебные планы, программы или нестандартные разделы курсов) любого экспериментального потока должны быть доступны для ознакомления с ними математической общественности.

3

г) Физика, несомненно, является наиболее фундаментальной
наукой, широко использующей математический аппарат,
однако естественно-~~мате~~-научный цикл дисциплин мо-
жет предусматривать ~~более~~ также иные приложения
математики.
д) В целях правильной ориентации студентов и преподава-
телей в отношении умений и ~~конкретных~~
освоив
навыков, которые студент должен приобрести ~~про-~~
обязательный
конкретный предмет, желательно,
по каждому курсу
наряду с программами иметь небольшие набо-
ры задач, решение которых, предусматривает комплексное
владение предметом и даже быть может другими,
но ранее читавшимися курсами.

Программы основных курсов.

Тут уже каждый сам может найти и рассмотреть в деталях то, что ему особенно близко или интересно. В качестве комментария добавлю только несколько слов. Время идёт. Неизбежны потери. Ушли математики Евгений Михайлович Никишин, Алексей Иванович Кострикин, Анатолий Гордеевич Костюченко, Владимир Игоревич Арнольд, механики Николай Николаевич Колесников, Наиль Рахимович Сибгатуллин, Ярослав Всеволодович Татаринов.

Но, к счастью, есть ещё те, кто при желании или необходимости сможет что-то сказать, написать, подправить. Был и второй экспериментальный поток, следовавший за первым и состоявший уже из двух студенческих групп. Там были свои замечательные профессора.

Есть и бывшие студенты экспериментального потока, которые уже сами стали профессорами и руководителями научных подразделений. Например, ученик Евгения Михайловича Никишина --- Владимир Николаевич Сорокин сейчас профессор кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета МГУ.

Я уже сказал, что в том или ином (печатном или рукописном) виде программы и записи курсов, прочитанных на первом экспериментальном потоке, были переданы в библиотеку мехмата. Не могу удержаться от того, чтобы показать здесь хотя бы первую страничку, или пару страниц, из рукописного текста, который для студентов собственноручно подготовил Евгений Михайлович Никишин по курсу, который он читал. А ниже уже будут программы.

Теория функций действительного переменного
Полугодовой курс для экспериментального потока
III семестр, 1975 год
Лектор Е. И. Никишин

§ 1. Точечные множества на прямой

1°. Через R_1 будем обозначать действительную прямую
$$-\infty < x < \infty$$
Множества
$\{a<x<b\}$, $\{a \le x \le b\}$, $\{a \le x < b\}$, $\{a < x \le b\}$
называются соответственно интервал, сегмент и два полуинтервала. Для этих множеств сохраняются обычные обозначения: (a,b), $[a,b]$, $[a,b)$, $(a,b]$.

<u>Определение 1.</u> Множество $E \subset R_1$ называется открытым, если для любой точки $x \in E$ существует число $\varepsilon > 0$ такое, что $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \subset E$.

<u>Лемма 1.</u> Объединение любого числа открытых множеств является открытым множеством.

<u>Доказательство.</u> Пусть дано множество индексов Λ и каждому $\alpha \in \Lambda$ соотнесено открытое множество E_α. Требуется доказать, что $\Phi = \bigcup_{\alpha\in\Lambda} E_\alpha$ является открытым множеством. Пусть $x \in \Phi$, тогда $\exists\, \alpha \in \Lambda$ для которого $x \in E_\alpha$. Так как E_α открыто, то существует $\varepsilon > 0$ такое, что $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \subset E_\alpha$. Отсюда следует, что $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \subset \Phi$. Это и требовалось доказать.

<u>Определение 2.</u> Множество E называется замкнутым, если его дополнение $R_1 \setminus E$ является открытым.

множеств $A_n \in \Sigma$ с $\mu A_n \to \mu X$ и таких, что

$$\nu(A_n) \le \int_{A_n} f_0 \, d\mu = \varepsilon \mu A_n$$

В силу абсолютной непрерывности меры ν

$$\nu(X \setminus A_n) \to 0$$

при $n \to \infty$. Отсюда

$$\nu(X) \le \varepsilon \mu X$$

Поэтому, если $\varepsilon < \frac{\nu(X)}{\mu(X)}$, то случай 1) невозможен.

Лемма 1 доказана.

<u>Теорема</u> <u>Радона - Никодима</u>. Пусть $\nu(e)$ - абсолютно непрерывная по мере μ мера. Тогда существует $f(x) \in L_1(X, \Sigma, \mu)$, $f(x) \ge 0$ и

$$\nu(e) = \int_e f(x) \, d\mu$$

для любого $e \in \Sigma$.

<u>Доказательство</u>. Пусть $\mathcal{K}$ - множество всех функций $f(x) \in L_1(X, \Sigma, \mu)$, $f(x) \ge 0$ и

$$\int_e f(x) \, d\mu \le \nu(e)$$

для любого $e \in \Sigma$. Пусть

$$M = \sup_{f \in \mathcal{K}} \int_X f(x) \, d\mu$$

и $f_n(x) \in \mathcal{K}$ таковы, что

$$\lim_{n \to \infty} \int_X f_n(x) \, dx = M$$

Положим

ТЕМЫ ЗАНЯТИЙ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ НА ПРОСЕМИНАРЕ НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ПОТОКЕ

(I курс, ~~II курс~~)

I. Пространственно-временные гипотезы: упорядочение мира событий, евклидовость пространства, группа временных сдвигов, общащение времени и т.д.

Инвариантность физических законов относительно группы движений. Скорость точки, поступательное движение.

2. Движущиеся системы координат. Группа Галилея. Инвариантность законов природы относительно группы Галилея.

3. Постоянство скорости света. Группа Лоренца.

4. Релятивистская теорема сложения скоростей. Сокращение длин, увеличение интервалов времени.

5. Классическая теорема сложения скоростей.

6.УСкорение. Разложение вектора ускорения по осям трехгранника Френе.

7. Закон Ньютона. Масса, сила, импусльс. Кинетическая энергия. Работа. Теорема об изменении кинетической энергии. Закон сохранения энергии.

8. Типы сил: упругая, трения, тяготения, электическая, магнитная, реакция связей, псевдосила или сила инерции. Фундаментальные силы, поля. Потенциальные силы, потенциалы.

9. Момент импульса. Теорема об изменении момента импульса. Закон сохранения момента импульса.

10. Связи (поверхность, кривая). Аксиома связей. Гладкие связи.

11. Уравнения движения точки на поверхности и кривой (в различных формах).

12. Теорема об изменении кинетической энергии для точки со связью. Закон сохранения энергии.

13. Фазовая плоскость. Фазовые траектории. Центр, седло, сепаратриса. Стационарные точки потенциальной энергии, положения равновесия.

Уравнения фазовой траектории. Время движения по фазовой траектории. Формула для периода движения по замкнутым фазовым траекториям $T = \partial S/\partial h$. Осциллятор, математический маятник.

14. Центральные силы. Сведения к задаче с одной степенью свободы. Интегрирование уравнений движения. Исследование орбит. Кеплерова задача. Соображения подобия.

I5. Задачи (по всем указанным выше темам).

К перечню этих тем следует добавить, что весь материал подавался в терминологии одинаковой с читаемым курсам алгебры анализа и т.д. Например, кинетика твердого тела излагалась в таком порядке: группа вращений, матрица вращений, угловая скорость и т.д.

Определенные части программы были изложены в курсе дифференциальной геометрии. где они органически входили в материал лекций.

Считаю, что при дальнейшей работе со совершенствованию программ и учебных планов эеспериментального потока он может сыграть выдающуюся роль в деле модернизации и углубления (в новейшие достижения науки) преподавания на мехмате.

ПРОГРАММА КУРСА
"ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ"
(экспериментальный поток)

№№ основных разделов	Краткое содержание	Кол-во час.лекций и семинаров	
I	Векторные пространства.Линейная зависимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат. Изоморфность векторных пространств одинаковой конечной размерности .		
	Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств. Прямая сумма.	8	8
	Линейный функции. Сопряженное пространство. Дуальный базис. Рефлексивность. Критерии линейной независимости. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Критерии совместности и определенности системы линейных уравнений. Пространство решений.		
2	Линейные отображения векторных пространств; их задание матрицами. Ядро и образ линейного отображения. Условие существования обратного отображения. Действия над линейными отображениями.		
	Линейные операторы. Алгебра линейных операторов. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Характеричтикеский и минимальный многочлены линейного оператора. Факторпространства и фактороператоры. Теорема Гамильтона-Кэли. Приведение к треугольному виду.	6	6
3	Циклические подпространства. Жорданова клетка. Корневые подпространства. Разложение в прямую сумму. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном векторном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы. Различные способы отыскания жордановой формы матрицы. Необходимое и достаточное условие диагонализируемости матрицы. Другие канонические виды матриц линейных операторов.		

I	2	3	
4	Расширение поля скаляров. Комплексификация и овеществление. Функции линейных операторов. Экспонента, определитель и след оператора.	3	3
5	Полилинейный функции на векторном пространстве;свойства симметричности и кососимметричности. Задание билинейных функций матрицами. Квадратичные и эрмитовы формы. Задача о приведении симметрических и кососимметрических билинейных форм к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра.	5	5
6	Евклидовы и эрмитовы векторные пространства. Длина вектора и угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации. Примерных линейных и евклидовых пространств в разных областях математики. Ортогональные многочлены. ТРИГОНОметрические многочлены. Метод наименьших квадратов. Изоморфность эрмитовых пространств одинаковой размерности. Норма линейного оператора. Метрическое пространство операторов.	6	6
7	Соответствие между билинейными формами и линейными операторами. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейный операторы; их спектр Существование собственного ортонормированного базиса. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям. Задача о приведении пары квадратичных форм к сумму квадратов. Экстремальные свойства собственных значений положительно определенных линейных операторов.	5	5
8	Автоморфизмы положительно определенной эрмитовой формы. Ортогональные и унитарные линейные операторы. Ортогональная и унитарная группы. Канонический базис для ортогональных и унитарных операторов. Разложение произвольного линейного оператора в произведение эрмитова и унитарного (симметрического и ортогонального)	3	3
9	Афинные и евклидовы аффинные (точечные) пространства. Системы координат. Задание плоскостей системой линейных уравнений. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и эллипсоида. Определитель Грама. Барицентрическая система координат. Симплексы.	5	5

I	2	3	
I0	Аффинные отображения; их запись в координатах. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения в евклидовом точечном пространстве. Классификация движений двумерного и трехмерного пространства. Группы аффинных преобразований и движений. Нормальные подгруппы сдвигов. Теоретико-групповая точка зрения на геометрию. Аффинная и евклидова геометрия. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Инварианты.	7	7
II	Пространства с билинейной метрикой. Псевдоевклидова метрика. Пространство Минковского. Преобразования Лоренца. Принцип относительности. Симплектические пространства.	4	4
I2	Понятие о тензорах. Произведение тензоров. Координаты тензора. Переход от одной системы координат к другой. Тензорные произведения векторных пространств и линейных операторов. Свертка тензора. Структурный тензор алгебры. Примеры алгебр. Симметрические и кососимметрические тензоры. Операции симметрирования и альтернирования. Внешнее умножение. Внешняя алгебра. Связь с определителями. Ориентация конечномерного векторного пространства. Векторные подпространства. Векторные подпространства и векторы. Разложимые формы. Условия разложимости векторов.	I0	I0

Литература.

I. Курош А.Г. Курс высшей алгебры, изд. 6-I0.

2. Ефимов Н.В. И розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия.

3. Шилов Г.Е. Математический анализ. Конечномерные линейные пространства.

4. Кострикин А.И., Записки лекций по линейной алгебре и геометрии.

5. Проскуряков И.В. Сб.задач по линейной алгебре, изд.3-4.

ПРОГРАММА КУРСА

"МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ" для экспериментального потока

семестры 2 – учебный год 1974/75

3,4 – учебный год 1975/76

число часов в неделю во всех семестрах: лекций – 2

упражнений – 2.

I. – Семестр прошел вне экспериментального потока по стандартной программе, которую мы здесь не приводим, ограничившись следующими предложениями.

Учитывая, что в связи с изменением школьной программы все большее число студентов приходил и будет приходить на факультет, имея предварительные представления об основных понятиях классического анализа, считаю, что действующую программу можно более полно реализовывать в следующих пукнтах.

1. В связи с теорией предела давать понятие суммы ряда (вещественного и комплексного) вместе с простейшими теоремами, позволяющими исследовать сходимость. Формулу Тейлора доводить до степенных разложений основных элементарных функций, завершая изложение формулой Эйлера.

2. Теорию предела можно пополнить, как это уже часто делается, замечанием о пределе по базе, что позволяет использовать результаты не только при исследованиифункций вещественного аргумента.

3. Дифференциальное исчисление вещественных функций вещественного аргумента изложить так, чтобы в дальнейшем (во втором семестре) его развитие в дифференциальное исчисление отображений осуществлялось естественным образом, без изменения основных определений, формулировок основных результатов и их доказательств.

4. Расширить круг разбираемых на лекциях примеров приложений дифференциального исчисления.

Например, полнее рассказать о выпуклых функциях, получить полезные неравенства Гельдера, Минковского, разобрать преобразование Лежандра. Привести примеры решения задач естествознания, приводящих к простейшим дифференциальным уравнениям.

П Семестр.

1. Интеграл Римана на отрезке. Существование для функций с конечным числом точек разрыва. Формулировка критерия Лебега. Свойства интеграла как линейного функционала на пространстве

[illegible]

Формула Ньютона.- Лейбница. Примеры приложений Интеграла.

2. Основные структуры анализа и элементы общей тополлгии. Меторическое (топологическое) пространство. Примеры метрических пространств функций. Компактность, связность, полнота. Общие свойства непрерывных отображений. Принцип сжимающих отображений и устойчивость неподвижной точки.

3. Дифференциальное исчисление. Дифференциал отображения и общие теоремы дифференциального исчисления. Примеры дифференцирования отображений

$$f: R^1 \to R^1,\ R^m \to R^1,\ R^m \to R^n$$

комплексная дифференцируемость и условие $\bar\partial f = 0$ Коши-Римана; дифференцирование $f: A \to A^{-1}$; дифференцирование ортогональной матрицы, зависящей от параметра и формулы Френе. Формула Тейлора и исследование локального поведения функции. Примеры, включая получение уравнений Эйлера простейшей вариационной задачи.

4. Теорема о неявной функции. Теорема о неявной функции и примеры её использования: лемма Морса, локальная каноническая запись гладкого отображения $f: R^m \to R^n$; локальная запись уравнения поверхности; условие локальной обратимости отображения; локальное разложение гладкого отображения.
Зависимость функций. Условный экстремум.

Ш Семестр.

I. Кратный интеграл Римана. Критерий существования. Теорема Фубини. Теорема о замене переменных. Несобственный интеграл. Приложения.

2. Интегрирование дифференциальных форм. Дифференциальная форма в подобласти R^n . Операции над фармами, внешний дифференциал. Точные и замкнутые формы.

Многообразие, гладкая структура на нем. Ориентация, край, индуцированная ориентация края. Оператор взятия границы. Разбиение единицы на многообразии.

Дифференциальная форма на многообразии и её интегрирование.

Формула Стокса и её классические частные случаи.

Примеры приложений.

3. Интегрирование комплексных дифференциальных форм, интегральная теорема Коши и её простейшие следствия. ~~Комплексная теорема Коши и её простейшие следствия.~~

Комплексная дифференцируемость, геометрический смысл модуля, и аргумента производной. Конформное отображение. Дробно-линейные преобразования и модель Пуанкаре, геометрии Лобачевского (для курса геометрии).

Интегральная теорема Коши и интегральное представление Коши голоморфной функции. Степенной ряд, формула Коши-Адамара. Ряд Лорана. Разложение голоморфной функции в ряд Тейлора и Лорана. Формула для коэффициентов. Теорема Лиувилля. Вычет и теорема о вычетах. Использование для вычисления интегралов.

IУ Семестр.

I. Ряды и семейства функций. (Числовые ряды, их признаки сходимости и возможные операции с ними предполагаются к этому моменту известными.)

Равномерная сходимость. Достаточное условие коммутирования двух предельных переходов. Следдтвия: непрерывность, дифференцирование и интегрирование суммы ряда.

2. Пространство $C(X)$ непрерывных функций.

Полнота, характеристика компактных подмножеств (теорема Асколи); теорема Стоуна-Вейерштрасса и её классические частные случаи.

3. Интегралы, зависящие от параметра.

Несобственный интеграл и простейшие условия его сходимости. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Достаточные признаки непрерывности, возможности дифференцирования и интегрирования интеграла зависящего от параметра.

Вычисление интегралов с использованием общих теорем и теории вычетов. Эйлеровы интегралы. Дельтаобразные семейства функций. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса.

4. Асимптотический ряд. Действия с асимптотическими рядами. Примеры. Метод Лапласа. Асимптотика гамма-функции, формула Стирдинга.

5. Ряд Фурье. Ряд Фурье и его геометрический смысл. Экстремальное свойство. коэффициентов ряда Фурье, неравенство Бесселя.

Условия полноты ортогональной системы. Классический ряд Фурье по тригонометрической системе. Принцип локализации и условие Дини сходимости в точке.

Гладкость функции и скорость убывания коэффициентов Фурье. Теорема Фейера. Полнота тригонометрической системы.

6. Преобразование Фурье. Преобразование Фурье. Связь свойств функции и свойств её преобразования Фурье. Дифференцирование и преобразование Фурье. Преобразование Фурье свертки. Формула обращения. Преобразование Фурье как изометрия пространства быстро убывающих функций. Решение одномерного уравнения теплопроводности.

Литература.

I. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления.
2. Шилов Г.Е. Математический анализ.
3. Рудин У. Основы математического анализа.
4. Дьедонне Ж., Основы современного анализа.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
6. Зорич В.А. Основы математического анализа (ротапринт МГУ).

ПРОГРАММА КУРСА (вопросы)

"МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ" для студентов экспериментального потока
второй семестр 1974/75 уч.год
лектор – проф. В.А.Зорич.

1. Сумма ряда. Ряды Тейлора. Формула Эйлера.

2. Предел по базе, его свойства. Критерий Коши существования предела.

3. Интеграл Римана. Необходимый признак и достаточные условия интегрируемости функции. Критерий Лебега (формулировка).

4. Пространство интегрируемых функций. Интеграл как линейный функционал на нем. Аддитивность интеграла. Оценка интеграла.

5. Неравенство для интегралов от вещественнозначных функций. Теорема о среднем.

6. Интеграл как функция предела интегрирования. Существование первообразной для кусочно-непррывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

7. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Формула Тейлора с интегральным остаточным членом.

8. Аддитивная функций промежутка. Схема появления интеграла в задачах. Примеры из геометрии и физики.

9. Метрическое пространство, примеры; открытое и замкнутые множества в нем. Топологические пространство и характеристика его замкнутых подмножеств через предельные точки.

10. Компакт, его свойства. Критерий метрического компакта. Критерий компакта в $\mathbb{R}^n$.

11. Связное пространство. Критерий связности в $\mathbb{R}^1$. Линейная связность.

12. Критерий непрерывности отображения. Инвариантность компактности и связности. Следствия (теоремы и максимуме и о промежуточном значении).

13. Полное метрическое пространство. Теорема о пополнении (проиллюстрировать на вещественных числах). Полнота $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{C}^n$, $C[ab]$

14. Принцип неподвижной точки. Устойчивость, Существование локального решения задачи Коши для уравнения $y' = f(x,y)$

15. Линейные и полилинейные операторы, их непрерывность и норма. Примеры. Пространство $\mathcal{L}(X_1,\dots,X_n;Y)$ и изоморфизм

$$\mathcal{L}(X_1,\dots X_m;\mathcal{L}(X_{m+1},\dots X_n;Y))\sim\mathcal{L}(X_1,\dots X_n;Y)$$

16. Дифференцируемое отображение в точке. Касательное отображение, его единственность. Производное отображение. Основные

правила дифференцирования.

I7. Примеры дифференцирования. Дифференцирование линейного и полилинейного отображения; скалярного, векторного и смешанного произведений, детерминанта. Дифференцирование ортогональной матрицы.

I8. Частные производные отображения. Запись касательного отображения через частные производные отображения. Примеры: $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$ касательная плоскость; $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ координатная запись $f'(x)$; матрица Якоби, дифференцирование композиции $\mathbb{R}^m \xrightarrow{f} \mathbb{R}^n \xrightarrow{g} \mathbb{R}^k$ в координатной записи.

I9. Теорема о среднем для вещественнозначных функций и общая теорема о конечном приращении.

20. Условия дифференцируемости и непрерывной дифференцируемости в терминах частных производных отображений. Координатная запись и формулировка условий в случае $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$ и $f: \mathbb{C}^m \to \mathbb{C}$, $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$; $f: \mathbb{C}^m \to \mathbb{C}^n$

2I. Комплексная запись дифференциала функции. Операторы ∂ и $\bar{\partial}$. Условие $\bar{\partial} f = 0$ комплексной дифференцируемости. Голоморфные (аналитические) функции и отображения.

22. Производные отображения высших порядков. Производная вдоль вектора и конкретизация общего определения. Условия равенства смешанных производных. Симметричность n -ого дифференциала и его координатная запись в случае $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$.

23. Формула Тейлора с различными видами остаточного члена. Координатная запись в случае $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$.

24. Условия экстремума. Конкретизация в случае $f: \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^1$

25. Простейшая вариационная задача (с закрепленными концами). Пример. Уравнение Эйлера как необходимое условие экстремума.

26. Теорема существования неявной функции. Условие непрерывности. Координатная запись для числовых (вещественных и комплексных) функций.

27. Условия дифференцируемости и непрерывной дифференцируемости неявной функции. Координатная запись для числовых функций.

28. Теорема об обратном отображении. Координатная запись для числовых функций. Условие голоморфности обратного отображения.

29. Канонический вид отображения с локально постоянным рангом. Зависимость функций.

30. Условный экстремум. Координатная запись теоремы в случае $f: \mathbb{R}^{m+n} \to \mathbb{R}^1$, $g: \mathbb{R}^{m+n} \to \mathbb{R}^n$. Экстремумы квадратиных форм. Изопериметрическая задача, пример.

ПРОГРАММА КУРСА

" Обыкновенные дифференциальные уравнения"

(экспериментальный поток)

I. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений: векторные поля, фазовые пространства, решения, фазовнеи интегральные кривые, фазовые потоки.

2. Теоремы существования и единственности решений. Теорема о выпрямлении векторного поля. Теорема о продолжении решений.

3. Теоремы о зависимости решений от начальных условий и от параметров. Уравнения в вариациях. Метод малого параметра и теория возмущений.

4. Производная по направлению векторного поля. Алгебра Ли векторных полей. Первые интегралы. Линейные уравнения первого порядка с частными производными.

5. Консервативная система с одной степенью свободы. Закон сохранения энергии. Влияние консервативных возмущений. Предельные циклы. Уравнение Ван дер Поля.

6. Экспонента линейного оператора. Решение линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.

7. Особые точки векторных полей. Седло, узел, фокус, центр.

8. Теория колебаний линейных консервативных систем. Собственные колебания, собственные частоты.

9. Линейные неоднородные уравнения и системы с правой частью в виде квазимногочленов. Вынужденные колебания. Резонанс.

I0. Устойчивость положений равновесия (по Ляпунову и асимптотическая).

II. Линейные неавтономные уравнения и системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля об определителе Вронского.

I2. Линейные уравнения с периодическими коэффициентами. Параметрический резонанс.

I3. Теоремы Штурма о сравнении по ~~ши~~ колеблемости. Собственныеные числа и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля.

I4. Канонические дифференциальные уравнения Гамильтона и их интегральные инварианты. Приложения к вариационному исчислению и к механике.

Литература

I. Л.С.Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

2. В.И. Арнольд, Дифференциальные уравнения.

П Р О Г Р А М М А

курса "Геометрия"

Экспериментальный поток. II курс, (III–IV семестры).

III семестр

I. Общие понятия геометрии. Евклидово и псевдоевклидово пространства, их простейшие группы преобразований. Замена координат в области евклидова пространства, примеры замен. Особые точки замен систем координат. Длина кривой и метрика в произвольных криволинейных координатах. Понятие римановой метрики. Тензоры первого и второго ранга, векторы и ковекторы, законы преобразования, поднятие и опускание индексов.

2. Кривые и поверхности в евклидовом и псевдоевклидовом пространствах.

3. Различные функционалы в евклидовом пространстве на кривых. Геодезические линии. Теорема о первой вариации. Понятие о второй вариации. Важнейшие примеры функционалов в механике и геометрии.

4. Понятие о фазовом пространстве. Принцип Гамильтона. Кососимметрическое скалярное произведение и связанная с ним группа преобразований. Группы преобразований и вариационное исчисление. Энергия, импульс, момент, другие примеры. Законы сохранения.

IV семестр

5. Многообразия, важнейшие примеры многообразий. Групповые многообразия, римановы поверхности.

6. Тензоры и тензорные поля на многообразиях. Кососимметрические и симметрические тензоры. Алгебраические операции над тензорами. Параллельный перенос, ковариантное дифференцирование, риманова кривизна, геодезические.

7. Кососимметрические тензоры и внешние дифференциальные формы. Формула Стокса.

8. Основы комплексной и симплектической геометрии. Эрмитова метрика, примеры.

Л и т е р а т у р а

I. С.П.Новиков. Дифференциальная геометрия, части I,II,МГУ.

2. С.П.Новиков, А.Т.Фоменко, Дифференциальная геометрия. II.МГУ.

ДЕТАЛЬНАЯ ПРОГРАММА за Ш семестр

курса проф.С.П.Новикова

"Геометрия и вариационное исчисление" для студентов

экспериментальный поток

I. Эвклидово пространство, длина кривой, ее независимость от параметризации. Длина кривой в криволинейных координатах. Цилиндрические и сферические координаты.

2. Псевдоэвклидово пространство типа (p,q) . Пространство Минковского, времениподобные, изотропные и пространственноподобные кривые. Собственное время. Псевдосферические координаты. Преобразование Лоренца и его переход в преобразование Галилея при $v/c \to 0$. Гомоморфизм группы Лоренца в группу из 4-х элементов.

3. Группа ~~движений 2-мерного и 3-мерного эвклидовых~~ пространств. Правило коммутирования сдвигов и вращений. Трансляции- нормальный делитель. Общий вид движения $(n=2,3)$

4. Кривые в 3-мерном эвклидовом пространстве. Кривизна и кручение. Ортогональные преобразования, зависящие от параметра, их производная. Формулы Френе.

5. Тензоры I-го и 2-го ранга, закон их преоьпазования при заменах координат. Основные примеры (градиент функции, вектор скорости кривой, квадратичные и билинейные формы, линейные операторы на векторах и ковекторах). Свертка (след.).

6. Определение римановой метрики, закон преобразования при заменах координат.Поднятие и опускание индексов тензоров I-го и 2-го ранга с помощью метрики. Сохранение скалярного произведения векторов при опускании индекса. Понятие следа и характеристических чисел квадратной формы.

7. Операция ограничения тензоров типа $(0,1)$, $(0,2)$ на k-мерную поверхность в пространстве. Риманова метрика на поверхностях в 3-мерном эвклидовом пространстве, формулы для коэффициентов I-ой квадратичной формы при трех способах задания поверхности в неособых точках. Метрика сферы в сферических координатах и метрика Лобачевского в псевдосферических координатах.

8. Кривизна линий на поверхности в 3-мерном эвклидовом пространстве, 2-ая квадратичная форма и формула Менье. Формулы для

коэффициентов 2-ой квадратичной формы.

9. Гауссова и средняя кривизна как инварианты 2-ой квадратичной формы (тензор типа 0,2 в римановой метрике). Формулы Эйлера, главные кривизны.

I0. Комплексная запись дифференциала комплекснозначной функции $f(z,\bar z)$, операторы $\partial/\partial z$, $\partial/\partial \bar z$ и их свойства. Условие комплексной аналитичности $\partial f/\partial \bar z = 0$, пример многочленов $P(z,\bar z)$.

II. Конформный вид метрики и конформные преобразования. Комплексная запись в 2-мерном случае. Общий вид конформного преобразования метрики.

I2. Приведение метрики сферы к конформно-эвклидовой форме. Движения сферы как дробно-линейные преобразования. Связь групп SO_3 и SU_2.

I3. Приведение метрики Лобачевского к конформно-эвклидовой форме. Метрики единичного круга и верхней полуплоскости. Их движения как дробно-линейные преобразования. Связь групп $SO_{2,1}$, $SU_{2,1}$ и $SL(2,R)$.

I4. Элемент площади 2- мерных римановых метрик как кососимметрический тензор относительно замен координат с положительным якобианом. Площадь круга на сфере и плоскости Лобачевского, ее отношение к длине окружности при малых и больших радиусах.

I5. Дифференциальный способ записи кососимметрических тензоров типа $(0,1)$ и $(0,2)$ как форм $f_k dx^k$ и $f_{kl} dx^k dx^l$

интегрирование форм по кривым и поверхностях в n - мерном пространстве, его инвариантность относительно замен координат в пространстве и на поверхности.

I6. Дифференциальный способ записи векторных полей (тензоров типа $(1,0)$) как операторов I-го порядка. Производная функции по направлению. Коммутатор векторных полей, его антикоммутативность и тождество Якоби. Определение алгебры Ли. Поля, отвечающие трем базисным вращениям в 3-мерном эвклидовом пространстве и псевдовращениям в 3-мерном псевдоэвклидовом пространстве.

17. Постановка вариационных задач. Лагранжиан, действие, уравнение Эйлера-Лагранжа. Примеры функционалов. Понятие геодезических.

18. Понятие энергии. Закон сохранения энергии, если лагранжиан не зависит от времени. Геодезические как экстремали 2-х функционалов (длины и действия), их эквивалентность. Натуральный параметр и сохранение энергии. Энергия и импульс свободной релятивистской частицы. Преобразование Лоренца. Массовая поверхность.

19. Общее понятие импульса. Закон сохранения импульса. Импульс системы частиц и группа трансляций. Сведение задачи 2-х частиц к одной частице с приведенной массой.

20. Угловая компонента импульса в цилиндрических координатах и понятие момента. Сведение сферически симметричной задачи к одномерной (по радиусу) с эффективным потенциалом.

21. Геодезические ~~на поверхности вращения. Энергия и~~ импульс. Теорема Мини.

22. Группа преобразований, сохраняющая лагранжиан. Теорема Нетер.

23. Определение фазового пространства как четномерного пространства с кососимметрической метрикой, вид градиентных (гамильтоновых) систем. Производная любой фазовой функции по направлению такой системы. Определение операции скобки Пуассона. Скобки Пуассона компонент момента в 3-мерном случае .

24. Эквивалентность уравнений Эйлера-Лагранжа уравнениям Гамильтона. Вариационный принцип в фазовом пространстве; координаты и импульсы как независимые переменные.

25. Интегралы Лапласа в кеплеровой задаче. Их скобки Пуассона друг с другом и с компонентами момента. Алгебра Ли этих интегралов при $E<0$, $E=0$, $E>0$.

26. Свойства скобки Пуассона. Ее связь с коммутатором векторных полей, тождество Якоби, связь с обычным умножением функций. Примеры, квадрат момента M^2 и M_z .

27. Преобразование энергии и импульса при заменах координат. Переход в движущуюся систему координат. Поступательное движение и

постоянное вращение. Ускорение Кориолиса. Включение поля с вектор-потенциалом, сдвиг импульса. Аналогия с движущейся системой координат и их различие.

28. Принцип Мопертюи и принцип Ферма. Траектории движения частицы как геодезические конформно-эвклидовой метрики.

29. Лагранжевы поверхности в фазовом пространстве. Уравнение Гамильтона-Якоби.

30. Преобразования, меняющие лагранжиан, но сохраняющие уравнение Эйлера-Лагранжа. Третий закон Кеплера (группа подобий). Добавление полных производных.

П Р О Г Р А М М А

курса "Теоретическая механика" для экспериментального потока математиков

I,П курс, семестры 2,3,4 1975/76 г.

Число часов в неделю: лекций – 2 в 3,4 семестре
упражнений – 2 во 2 семестре.

Упражнения во втором семестре проходили в форме просеминара. Часть теоретического материала необходимая для решения задач, вошедшего в указанную программу, излагалась на просеминаре.

I. Введение. Предмет теоретической механики и ее место среди естественных наук. Модели материальных тел, изучаемые в теоретической механике: материальная точка, абсолютно твердое тело, система материальных точек. Методы теоретической механики.

П. Кинематика.

1. Основные понятия кинематики. Задание движения точки. Траектория точки.

2. Скорость точки. Проекция скорости на оси декартовой и криволинейной систем координат. Секторная скорость, Годограф скорости. Определение движения точки по ее скорости. Погонная линия.

3. Сложное движение точки. Абсолютная, относительная и переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей.

4. Ускорение точки. Проекции ускорения на оси декартовой и криволинейной систем координат, а также на оси естественного трехгранника. Определение точки по ее ускорению. Понятие об инерциальной навигации.

5. Простейшие движения твердого тела: поступательное и вращательное. Угловая скорость. Формула Эйлера. Сложение мгновенных поступательных и вращательных движений.

6. Теорема Эйлера о распределении скоростей в движущемся твердом теле. Мгновенный винт и уравнение его оси. Винтовые аксоиды.

7. Вращение твердого тела вокруг неподвижной точки. Углы и параметры Эйлера. Мгнов нная ось вращения и мгновенная угловая скорость. Кинематические уравнения Эйлера. Конечные повороты твердого тела. Сложение конечных поворотов.

8. Распределение ускорений при произвольном движении твердого тела. Теорема Ривальса.

8. Теорема Кориолиса о сложении ускорений в сложном движении точки. Движение точки по отношению к вращающейся Земле.

Ш. Основные понятия и законы механики.

1. Пространство, время, системы отсчета.

2. Законы Ньютона-основные начала механики. Принцип относительности Галилея. Инерциальная система координат. Понятия силы и массы. Две основные задачи динамики.

3. Основные виды сил (гравитационные, электромагнитные и электростатические, упругие силы, потенциальные силы, силы трения и сопротивления среды, управляющие силы и др.).

4. Уравнения движения системы свободных материальных точек.

5. Несвободная система материальных точек. Связи. Принцип Даламбера. Реакции связей. Аксиома освобождаемости.

6. Системы основных единиц. Размерность механических величин. Понятие о методах подобия и размерности.

IУ. Динамика точки.

I. Уравнения движения свободной точки в декартовых координатах. Естественные уравнения движения. Первые интегралы. Методы интегрирования.

2. Общие теоремы динамики точки: о количестве движения, о моменте количества движения, теорема площадей, о кинетической энергии. Закон сохранения энергии.

3. Прямолинейное движение точки. Основные типы движений, либрационное движение. Гармонический осциллятор. Колебания при наличии трения. Вынужденные колебания. Резонанс. Понятие о параметрическом резонансе. Нелинейные колебания точки. Понятие о фазовой плоскости. Движение в окрестности особой точки.

4. Центральные силы. Формулы Бине. Движение планет. Вывод закона тяготения Ньютона из законов Кеплера. Задача Ньютона, классификация орбит. Задача двух тел.

5. Движение несвободной материальной точки по линии и по поверхности. Математический маятник. Задача о брахистохроне. Сферический маятник.

6. Уравнения относительного движения и равновесия.точки. Силы инерции в относительном движении. Уравнения движения точки в

местных координатах на вращающейся Земле. Маятник Фуко. Понятие о невесомости.

У. Релятивистские кинематика и динамика точки.

I. Опыт Майкельсона-Морли. Преобразования Лоренца. Лорентцевы сокращение длины и замедление времени.

2. Постулаты специальной теории относительности. Теорема сложения скоростей. Четырехмерный мир Минковского.

3. Релятивисткая динамика. Связь массы и энергии. Парадоск часов.

4. Понятие об общей теории относительности. Принципа эквивалентности.

УI. Аналитическая статика.

I. Уравнения связей, ~~классификация~~ связей. Голономные и неголономные системы. Независимые координаты. Число степеней свободы. Возможные перемещения. Работа силы на элементарном перемещении. Обобщенные силы. Аксиома идеальности связей.

2. Принцип возможных перемещений. Прямая и обратная теоремы Лагранжа. Уравнения равновесия системы в обобщенных независимых координатах и со множителями Лагранжа.

УП. Аналитическая динамика и динамика твердого тела.

I. Принцип Даламбера-Лагранжа. Общее уравнение динамики. Основные теоремы динамики системы и основные интегралы: количества движения (или движения центра масс), момента количеств движения или площадей, кинетической энергии. Законы сохранения. Теоремы Кенига. Основные теоремы в относительном движении вокруг центра масс. Понятие о задаче трех тел. Общее уравнение и основные теоремы теории удара.

2. Системы переменного состава. Уравнение Мещерского. Формулы Циолковского.

3. Уравнения Лагранжа движения голономной системы в обобщенных координатах. Первые интегралы уравнений движения, интеграл энергии. Консервативные системы. Циклические координаты. Уравнения Рауса. Уравнения Лагранжа для относительного движения. Понятие о задаче трех тел.

4. Колебания голономной системы вблизи положения равновесия. Малые колебания. Нормальные координаты. Теорема Вейерштрасса.

5. Устойчивость движения. Определение Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Теорема Лагранжа об устойчивости равновесия. Теоремы Ляпунова и Четаева о неустойчивости равновесия.

6. Динамика твердого тела. Моменты инерции. Эллипсоид инерции. Главные оси инерции. Движение твердого тела вокруг неподвижной оси. Физический маятник, центр качания.

Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические и кинематические уравнения Эйлера. Постановка задачи о движении тяжелого твердого тела. Первые интегралы уравнений движения. Случай Эйлера и его геометрическая интерпретация по Пуансо. Регулярная процессия. Случай Лагранжа-Пуассона, качественное исследование движения тела. Гироскопический эффект. Случай Ковалевской. Понятие о частных случаях интегрируемости.

7. Принцип Гамильтона-Остроградского. Канонические уравнения движения в форме Гамильтона и их первые интегралы. Функция действия и ее свойства. Уравнение Гамильтона. Теорема Якоби. Подстановка Иншегицкого. Случай Лиувилля. Теорема Штекелля. Переменные действия - угол. Теорема Пуассона. Интегральные инварианты; теореме Пуанкаре. Теорема Лиувилля. Теорема Пуанкаре о возвращении. Устойчивость по Пуассону. Понятие об эргодической теореме.

8. Канонические преобразования. Производящая функция. Формулы канонических преобразований. Точечные преобразования. Бесконечно-малые канонические преобразования. Условия каноничности преобразований. Канонические преобразования и процесс движения.

9. Элементы теории возмущений. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Оскуллирующие орбиты.

10. Принципы наименьшего действия в форме Лагранжа и в форме Якоби. Задача геодезических линий.

11. Принцип наименьшего принуждения Гаусса. Принцип Четаева. Уравнения Аппеля.

12. Оптико-механическая аналогия.

Л и т е р а т у р а

I. Аппель П. Теоретическая механика, тт.I и 2, Физматгиз, I960.
2. Валле-Пуссен. Лекции по теоретической механике, тт.I и 2, ИЛ, I948-49.
3. Суслов Г.К. Теоретическая механика. Гостехиздат, I944.
4. Лагранж Л. Аналитическая механика, тт.I и 2, Гостехтеориздат I950.
5. Якоби К. Лекции по динамике, ОНТИ, I936.
6. Чаплыгин С.А.Курсы лекций по теоретической механике, собр.соч. м.IУ, Гостехтеориздат, I949.
7. Уиттеккер Аналитическая динамика, ОНТИ, I937.
8. Лурье А.М. Аналитическая механика, Физматгиз, I96I.
9. Ланцош К.Вариационные принципы механики. "Мир", I965.
I0. Березкин Е.Н. Теоретическая механика. Изд-во МГУ, I974.
II. Парс Л. Аналитическая динамика. "Наука", I97I.
I2. Бухгольц Н.И., Воронков И.М.,Минаков А.П. Сборник задач по теоретической механике. Гостехиздат, I949.
I3. Фейнман Р. "Лекции по физике".
I4. Ландау "Лиершиц "Механика".
I5. Тейлор" Уилер "Теория относительности".
I6. Меллер "Теория относительности ".

О курсе "Теория функций действительного переменного", прочитанном на экспериментальном потоке для студентов 2-го курса

Лектор Е.М.Никишин

Ш семестр

В курсе излагается теория меры и интеграла в объеме соответствующих глав книги А.Н.Колмогорова, С.В.Фомина "Элементы теории функций и функционального анализа". Так же как и в книге вначале строится мера на плоскости, а затем доказываются соответствующие теоремы о продолжении абстрактной меры с полукльца множеств. Теория интеграла строится в пространстве с абстрактной мерой. Доказываются все теоремы о предельном переходе под интегралом. Доказываются теоремы Егорова и Лузина. Излагается с полным доказательством теорема Радона-Никодима. Доказывается теорема Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонной функции и теорема о дифференцируемости неопределенного интеграла Лебега. Доказана полнота пространств L_p $(p \geq 1)$. Вводится понятие ортонормированной системы. Приведены примеры ортонормированных систем. Доказано неравенство Бесселя и теорема Рисса-Фишера. Для системы Радемахера доказаны теоремы Радемахера и Колмогорова. Все вопросы курса были вынесены в экзаменационные билеты.

Литература

I. А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин, "Элементы теории функций и функционального анализа".

2. Записи лекций,

3. С.Качмаж, Г.Штейнгауз. Теория ортогональных рядов.

ПРОГРАММА КУРСА Т Ф Д П

Экспериментальный поток, Ш семестр, 75 г.
Лектор Е.М.Никишин

I. Открытые и замкнутые множества. Структура этих множеств на прямой. Множество Кантера. Нигде не плотные и всюду плотные множества. Множества первой и второй категории, Теорема Бэра.

2. Элементарные множества – объединение конечного числа параллелипипедов. Мера элементарных множеств. Верхняя и нижняя мера произвольных множеств на плоскости. Измеримые множества. Основные свойства меры Лебега и операции над измеримыми множествами.

3. Пример неизмеримого множества. Мера счётного множества. Измеримость открытых и замкнутых множеств. Верхний предел множеств. Вероятностная трактовка измеримых множеств. Независимые множества. Теорема Бореля-Кантелли.

4. Кольцо множеств, полукольцо множеств. Минимальное кольцо порожденное полукольцом. Лебеговское продолжение меры с полукольца. Свойства измеримых множеств.

5. Измеримые функции. Операции с измеримыми функциями. Теорема Егорова. Теорема Лузина (для $\mathbb{R}_1$).

6. Интеграл Лебега для простых функций. Класс $L_1(X,\Sigma,\mu)$ ($f\in L_1 \Leftrightarrow \sum \mu\{|f|>k\}<\infty$). Интеграл Лебега для функции класса $L_1(X,\Sigma,\mu)$. Основные свойства интеграла Лебега.

7. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега. Теорема Лебега о предельном переходе под знаком интеграла. Теорема Б.Леви. Следствия из этих теорем: σ – аддитивность интеграла Лебега, Теорема Фату.

8. Абсолютно непрерывные меры. Теорема Радона-Никодима.

9. Прямые произведения систем множеств и мер, теорема Фубини (без доказательства).

10. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L_p и их полнота. Ортонормированные системы. Пример тригонометрической системы и системы Радемахера.

11. Теорема Лебега о дифференцируемости почти всюду монотонных функций. Производная интеграла Лебега.

Точки плотности измеримого множества.

I2. Общие свойства ортонормированных систем. Неравенство Бесселя. Теорема Рисса-Фишера.

I3. Система Радемахера. Теорема Радемахера, теорема Колмогорова о рядах по системе Радемахера.

ПРОГРАММА ПО КУРСУ

МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА за Ш семестр для студентов эксперимен-
тпльного потока I975/76 уч.год

I. Интеграл Римана иа n -мерном промежутке. Критерий Лебега существования интеграла.
2. Интеграл по множеству. свойства интеграла.
3. Критерий Дарбу существования интеграла от вещественнозначной функции. Мера Жордана и её геометрическая интерпретация.
4. Теорема Фубини и её простейшие следствия.
5. Эвристическое получение формулы замены переменных в интеграле. Сохранение измеримости при диффеомррфизмах и одновременная определенность обоих частей формулы замены.
6. Замены переменных в одномерном интеграле и в случае простейшего диффеоморфизма в кратном интеграле.
7. Локальное разложение диффеоморфизма. Замена переменных для суперпозиций отображений.
8. Разбиение единицы и доказательство формулы замены переменных для собственного интеграла от функции с компактным носителем.
9. Несобственный интеграл и замена переменных в нем. Интеграл Пуассона.
I0. Инвариантность меры и интеграла. Лемма Сарда и обобщения формулы замены переменных.
II. Касательное пространство $\{TD_x\}$ в точке $x \in D \subset \mathbb{R}^n$. Взаимные базисы $\{\frac{\partial}{\partial x^i}\}$, $\{dx^i\}$ в TD_x и $(TD_x)^*$
I2. Внешная дифференциальная форма в области $D \subset \mathbb{R}^n$. Отображен f_* , f^* и их свойства.
I2. Дифференцирование внешней формы и его свойства.
I3. Стандартный и сингулярный куб. Цепь. Граница куба. Формула Стокса для куба.
I4. Многообразие, гладкая структура на нем. Примеры гладких и комплексно-аналитических многообразий. Край многообразия, индуцированная ориентация на нем. Граница ориентированного многообразия.
I5. Дифференциальная форма на многообразии. Разбиение единицы и интегрирование формы на компактном ориентированном многообразии.
I6. Общая формула Стокса и её классические частные случаи. Поток, циркуляция, ротация и дивергенция векторного поля в декартовых координатах $\mathbb{R}^n$.

I7. Вещественная и комплексная дифференцируемость. Условие $\bar{\partial} f=0$ комплексной дифференцируемости. Голоморфность суммы, произведения, композиции и обратной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение.

I8. Дробно-линейные отображения и их основные свойсвва. Движения сферы и плоскости Лобачевского.

I9. Интегральная формула Коши.

20. Достаточные условия почленного интегрирования и дифференцирования рядов функции в терминах равномерной сходимости.

2I. Разложение голоморфной функции в ряд Тейлора. Оценка коэффициентов. Теорема Лиувилля.

22. Характер сходимости степенного ряда. Формула Коши-Адамара.

23. Бесконечная дифференцируемость голоморфной функции. Теорема Морера. Теорема единственности.

24. Теорема Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.

25. Ряд Лорана. Лорановское разложение голоморфной функции. Порядок нуля в полюса.

26. Вычет. Подсчет вычета в полюее. Теорема о вычатах и её иллюстрация на примере.

ПРОГРАММА КУРСА

"МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ" экспериментальный поток 1976г.

Лектор В.А.Зорич.

I. Сумма ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютная сходимость. Теорема сравнения и признаки абсолютной сходимости.
2. Условная сходимость. Теорема Римана. Преобразование Абеля и связанные с ним признаки сходимости ряда.
3. Арифметические действия с рядами.
4. Равномерная сходимость семейств и рядов функций. Признаки равномерной сходимости рядов функций.
5. Достаточные условия коммутирования двух предельных переходов. Теорема Дини.
6. Полнота пространства $C(X)$. Характеристика его компактных подмножеств.
7. Интегрирование, дифференцирование и предельный переход.
8. Область сходимости и характер сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Разложения основных элементарных функций.
9. Теорема Стона и её классические частные случаи.
I0. Несобственный интеграл. Критерий Коши и достаточные признаки сходимости.
II. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование собственного интеграла, зависящего от параметра.
I2. Критерий Коши и достаточные признаки равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
I3. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла, зависящего от параметра. Интеграл Дирихле.
I4. Эйлеровы интегралы. Дифференцирование свойсвтва, формулы понижения, различные интегральные представления, взаимосвязь.
I5. Разложение мероморфной функции в ряд по главным частям. Разложение $\operatorname{ctg} z$ и представление $\sin z$ в виде бесконечного произведения. Формула дополнения для гамма-функции.
I6. Асимптотический ряд, примеры. Действия с асимптотическими рядами. Лемма Ватсона.
I7. Метод Лапласа. Формула Стирлинга.
I8. Экстремальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Ряд Фурье и его сходимость.
I9. Условие полноты ортогональной системы.
20. Дельтообразные семества функций. Примеры. Теорема о сходимости свертки. Приложения.

21. Классический ряд Фурье в вещественной и комплексной форме. Принцип локализации и теорема о сходимости в точке.
22. Гладкость функции и скорость сходимости ряда Фурье. Следствия: аппроксимационные теоремы Вейерштрасса; теорема Ляпунова о полноте тригонометрической системы; равенство Парсеваля.
23. Преобразование Фурье и интеграл Фурье, (формула обращения). Пример: $\widehat{e^{-\alpha x^2}}$
24. Связь интегро-дифференциальных свойств функции и её преобразования Фурье. Действие преобразования Фурье на пространстве быстро убывающих функций.
25. Свертка и преобразование Фурье. Пример: решение одномерного уравнения теплопроводности.

ПРОГРАММА КУРСА
"Уравнения математической физики" (экспериментальный поток)

3-й курс, 2-ой семестр, 1976/77 уч.год

Лекции – 2 часа, упражнения – I час.

4-ый курс, I-й семестр, 1977/78 уч.год – в неделю:

Лекции – 2 часа, упражнения – 2 часа.

I. Линейные дифференциальные операторы в области n – мерного пространства. Полный и главный симовлы. Композиция дифференциальных операторов. (Формула Лейбница). Характеристики. Главный символ как функция на икасательном расслоении. Инвариантность понятия характеристики. Приведение к каноническому виду. Эллиптичность и гиперболичность.

2. Уравнения колебаний струны и стержня. Граничные условия. Кинетическая и потенциальная энергия струны и стрежня. Бегущие волны. Формула Даламбера. Отражение волн от конца струны.

3. Стоячие волны. Собственные колебания струны и собственные частоты. Метод Фурье. Вынужденные колебания. Резонанс.

4. Неоднородная струна. Задача Штурма-Лиувилля. Существование собственных колебаний. Коротковолновая асимптотика. Функция Грина и полнота системы собственных функций. Метод Фурье для неоднородной струны.

5. Обобщенные функции. Сходимость, дифференцирование, умножение на гладкую функцию, тензорное произведение, носитель. Свертка обобщенных функций. Обобщение функции с носителем в точке.

6. Обобщенные функции медленного роста и их преобразование Фурье. Замена переменных и одноролжные обобщенные функции.

7. Фундаментальное решение для дифференциального оператора с постоянными коэффициентами и его использование для решения неоднородного уравнения и изучения локальных свойств решений однородных уравнений. Фундаментальные решения обыкновенных дифференциальных операторов.

8. Физический смысл уравнений Лапласа и Пуассона. Точечный заряд, сосредлточенная нагрузка и δ – функция. Фундаментальное решение для оператора Лапласа и его степеней.

9. Гармонические функции и их свойства: аналитичность, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля, теорема о среднем, принцип максимума. Простейшие потенциалы и их свойства. Вычисление потенциалов равномерно заряженных прямой, плоскости, сферы, цилиндра, окружности на плоскости.

10. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа и их физический смысл. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью потенциалов. Метод Фурье для решения задач Дирихле и Неумана в круге, кольце и прямоугольнике.

11. Функция Грина задачи Дирихле и ее физический смысл. Функция Грина полупространства и шара.

12. Уравнение теплопроводности. Фундаментальное решение. Задача Коши. Интеграл Пуассона. Принцип максимума. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. ~~Установление теплового равновесия.~~

13. Упругие колебания мембраны и трехмерных тел. Электромагнитные волны. Фундаментальное решение волнового оператора и решение задачи Коши для волнового уравнения. Формулы Кирхгофа и Пуассона. Область зависимости. Принцип Гюйгенса.

14. Волновые фронты и лучи. Геометрическая оптика и акустика. Уравнение Гамильтона-Якоби. Каустики.

15. Распространение волн в среде с диссипацией. Условия излучения.

16. Собственные частоты и собственные колебания мембраны. Метод Фурье для мембраны. Вариационный принцип для собственных частот и его простейшие приложения. Асимптотика собственных частот мембраны.

17. Собственные частоты и собственные колебания прямоугольной и круглой мембраны. Функции Кесселя.

18. Постулаты квантовой механики. Уравнение Шредингера свободной частицы, его фундаментальное решение и оператор эволюции. Уравнение Шредингера для частицы в потенциальном поле. Физический смысл собственных значений и собственных функций. Гармонический осциллятор и функции Эрмита.

19. Пространства Соболева. Теоремы вложения. Обобщенные решения краевых задач. Метод Галеркина.

20. Псевдодифференциальные операторы. Теоремы о композиции и сопряженном операторе. Теорема об ограниченности. Параметрикс

эллиптического оператора и теорема о регулярности решений эллиптических уравнений.

21. Нелинейные уравнения с частными производными. Линеаризация, эллиптичность и гиперболичность, квазилинейные уравнения. Примеры нелинейных уравнений: уравнения Навье-Стокса, нелинейное уравнение Шредингера, уравнение минимальных поверхностей. Схема метода Галеркина для нелинейных эволюционных уравнений.

22. Интегралы нелинейных эволюционных уравнений. Пары Лакса. Бесконечномерные гамильтоновы системы и понятие о полной интегрируемости таких систем. Интегралы уравнения Кортвега-де Фриза.

Литература

I. В.С.Владимиров. Уравнения математической физтки. М., Наука, 1971.

2. Р.Курант, Д.Гилберт, Методы математической физики, т.I,М., Изд-во МГУ, 1976.

3. Сборник задач по уравнениям математической физики, под редакцией В.С.Владимирова, М., Наука, 1974.

Лектор Я.Г.Синай

В в е д е н и е

в теорию случайных процессов УI семестр.

I. Мера Винера.

2. Одномерные диффузионные процессы, уравнения Чепмена-Колмогорова.

3. Формула Фейнмана-Каца.

4. Броуновское движение и задача Дирихле.

5. Случайные поля. Гауссовские поля как модели свободных полей.

6. Стационарные процессы. Эргодичность. Спектр.

7. Регулярность стационарных процессов.

8. Эргодическая теорема Биргофа-Хинчина. Введение в эргодическом теорию.

9. Точечные поля.

ж) Предпполагаетмя, что курс будет носить характер, т.е. многие теоремы будут получать скорее убедительное объяснение, но не строгие доказательства. За счет этого предполагается научить студентов обращению с континуальными интегралами и пониманию взаимоотношении теории марковских диффузионных процессов и параболических и эллиптических уравнений, а также основам теории стационарных процессов и их связям с эргодической теорией и теорией динамических систем. (Время I8 лекций).

ПРОГРАММА КУРСА

"Квантовая механика". Лектор А.М.Ларкин

УI семестр

I. Вероятность и волновая функция.
2. Физические величины и эрмитовы операторы.
3. Соотношение неопределенности.
4. Уравнение Шредингера.
5. Поток вероятности.
6.тЗависимость физических величин от времени.
7. Квазиклассическая волновая функция.
8. Квазиклассические уровни энергии.
9. Осцилятор.
I0. Стационарная теория возмущений.
II. Нестационарная теория возмущений.
I2. Борновское приближение.
I3. Операторы момента и их перестановочные соотношения.
I4. Собственные значения момента.
I5. С п и н.
I6. Тождественность частиц.
I7. Атом водорода.
I8. Периодическая система элементов.

УП семестр. Лектор Н.Е.Дзялошинский

I9. Фазовая теория рассеяния.
20. Движение в магнитном поле.
2I. Атом в магнитном поле.
22. Уравнение Дирака.
23. Квантование электромагнитного поля.
24. Вторичное квантование.
25. Излучение.
26. Диаграммы Фейнмана.
27. Радиационные поправки.

Л и т е р а т у р а

I. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшитц, Квантовая механика."Наука".
2. Н.Н.Боголюбов, Д.Е.Мирков. Введение в теорию квантованных полей.
3. А.И.Ахиезер, Берестецкий, Квантовая электродинамика.

П Р О Г Р А М М А

"Методы теории функций комплексного переменного " для экспериментального потока

1976/77 учебный год. семестры 5,6; часов в неделю: лекций -2,
упражнений - 2.

Лектор В.А.Зорич

I. Условие $\mathbb{C}$ - линейности $\mathbb{R}$ - линейного отображения $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ и условия Коши-Римана комплексной дифференцируемости функции. Геометрический смысл модуля и ~~[illegible]~~ аргумента производной.

2. Дробно-линейные отображения, их основные свойства.Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского.

3. Интегральная теорема Коши. Первообразная и возможный характер её многозначности (циклические постоянные). Теорема Мореры.

4. Интегральная формула Коши, Тейлоровское и Лорановское разложение голоморфной функции. Неравенства Коши и теорема Лиувилля.

5. Теорема Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.

6. Принцип Монтеля (компатконтси).

7. Вычет и его вычисление. Теоремы о вычетах.

8. Теорема единственности и понятие аналитического продолжения. Примеры элементарных многозначных функций.

9. Аналитическое продолжение вдоль кривой. Росток и ветвь аналитической функции. Теорема о монодромии.

I0. Риманова поверхность аналитической функции как комплексное многообразие. Топологическая классификация замкнутых ориентируемых поверхностей. Примеры алгебраических функций с римановыми поверхностями произвольного рода g .

II. Принцип симметрии Римана-Шварца и примеры его применения: эллиптический синус; модулярная функция и теорема Пикара.

I2. Интеграл Кристоффеля-Шварца.

I3. Классификация изолированных особых точек аналитических функций (однозначного и многозначного характера).

I4. Принцип аргумента. Теорема Руше и теорема Гурвица. Разрешимость в $\mathbb{C}$ полиномиального уравнения $P(z)=0$.

I5. Каноническая форма регулярной функции в точке. Открытость и изолированность невырожденных голоморфных отображений. Принцип максимума модуля и лемма Шварца.

16. Теорема Римана и условия единственности конформного отображения.

17. Гармоническая функция. Теорема о среднем, теорема о максимуме. Задача Дирихле; единственность; решение для круга (интеграл Пуассона) и полуплоскости (интеграл Шварца).

18. Неравенства Гарнака и теорема Гарнака. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

19. Субгармонические функции. Обобщенный принцип максимума и задача Дирихле с разрывной граничной функцией. Иллюстрация применения: вывод формулы Кристоффеля-Шварца.

20. Гармоническая мера и теорема о двух константах. Принцип Фрагмена-Линделефа.

21. Инвариантность гармонических функций относительно голоморфных замен переменных. Связь функции Грина, задачи Дирихле и задачи конформного отображения на круг.

22. Задача Гильберта и Римана-Гильберта. Смешанная задача для полуплоскости. Формула Келдыша-Седова.

23. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого-Племеля.

24. Комплексный потенциал течения идеальной жидкости. Потенциалы простейших течений (источник, вихрь, диполь).
Метод Кирхгофа решения задачи обтекания пластинки со срывом стру.

25. Обтекание тонкого крыла.

26. Асимптотические ряды. Действия со степенными асимптотическими рядами (арифметические операции, интегрированием и дифференцирование).

27. Метод Лапласа получения асимптотика интеграла Лапласа при наличии краевого максимума. Лемма Ватсона. Пример: Асимптотика функции Макдональда $K_0(x)$.

28. Асимптотика и теграла Лапласа с внутренним максимумом. Пример: асимптотика $\Gamma(x+1)$, формула Стирлинга.

29. Метод перевала. Пример: асимптотика функций Бесселя $J_n(x)$ или Эйри-Фока $Ai(x)$.

30. Голоморфная функция многих переменных. Теорема Гартогса (формулировка). Интегральная формула Коши для поликруга. Аналитичность голоморфной функции.

Л и т е р а т у р а

I. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В., Методы теории функций комплексного переменного.

3. Шабат Б.В., Введение в комплексный анализ.

4. Евграфов М.А., Аналитические функции.

5. Евграфов М.А., Асимптотические методы и целые функции.

6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И., Лекции по теории функций комплексного переменного.

7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В., Теоретическая гидромеханика.

8. Седов Л.И., Плоские задачи гидродинамики и аэромеханики.

9. Хермандер Л., Введение в теорию функций нескольких комплексных переменных.

IO. Зорич В.А., Конспект лекций по математическому анализу для экспериментального потока за Ш семестр.

П Р О Г Р А М М А

курса "Термодинамика и статистическая физика" для экспериментального потока. У семестр

I. Первый и второй законы термодинамики.

2. Термодинамическое определение энтропии. Закон возрастания энтропии. Цикл Карно.

3. Термодинаические потенциалы и методы расчета с ними.

4. Наиболее вероятное распределение.

5. Каноническое и микроканоничемкое распределение Гиббса, Их связь и эквивалентность.

6. Вывод термодинамических соотношений из распределения Гиббса.

7. Статистическое определение энтропии. Закон возрастания энтропии и   - теорема Больцмана.

8. Теория разреженных газов. Уравнение Ван-дер-Ваальса.

9. Фазовые переходы первого рода.

I0. Флуктуации.

II. Кинематика разреженных газов. Давление. Бинарное столкновение.

I2. Уравнение Больцмана.

I3. Вывод уравнений гидродинамики из уравнений Больцмана.

I4. Уравнение Больцмана и   - теорема Больцмана.

Л и т е р а т у р а

I. К.Хуанг. Статистическая механика " Мир".

2. Л.Д.Дандау, Е.М.Лифшитц. Статистическая физика. "Наука".

П Р О Г Р А М М А

по курсу "Представления групп" (осень 1976г.)

Лектор – Э.Б.Винберг

У семестр

I. Матричные и линейные представления групп, связь между ними. Эквивалентность представлений.

2. Основные операции над представлениями.

3. Неприводимые и вполне приводимые представления. Полная приводимость унитарных (ортогональных) представлений.

4. Унитарность (ортогональность) представлений комплексных групп.

5. Матричные элементы представлений, их простейшие свойства.

6. Лемма Шура.

7. Соотношения ортогональности для метричных элементов неприводимых представлений конечной группы.

8. Основная теорема о матричных элементах неприводимых представлений конечной группы и следствие из нее.

9. Характеры представлений, их простейшие свойства.

I0. Основная теорема о характерах неприводимых представлений конечной группы.

II. Применение характеров к разложению представления конечной группы в сумму неприводимых представлений.

I2. Разложение регулярного представления конечной группы.

I3. Одномерные представления и коммутант.

I4. Неприводимые представления абелевых групп.

I5. Неприводимые представления прямого произведения конечных групп.

I6. Определение алгебры Ли заданной группы Ли. Алгебра ЛИ линейной группы.

I7. Алгебра Ли унитарной (ортогональной) группы.

I8. Векторная модель алгебры Ли группы SO_3 .

I9. Гомоморфиам алгебры Ли, соответствующий гомоморфизму групп Ли.

20. Теорема о том, что гомоморфизм связной группы Ли однозначно определяется своим дифференциалом в единице.

2I. Соответствие между неприводимыми представлениями группы Ли и ее алгебры Ли.

22. Представления групп $\mathbb{R}$ и $\mathbb{T} = \{ z \in \mathbb{C}^* : |z| = 1 \}$

23. Алгебра кватернионов и ее матричная модель.

24. Гомоморфизм $SU_2 \to SO_3$ и отображение $S^3 \to S^2$

25. Связь между представлениями групп SO_3 и SU_2 .

26. Алгебра Ли группы SU_2 и ее комплексификация.

27. Старшие векторы представлений алгебры Ли $L_2^0(\mathbb{C})$ и порождаемые ими инвариантные пространства.

28. Описание неприводимых представлений алгебры Ли $L_2^0(\mathbb{C})$.

29. Описание неприводимых представлений групп SU_2 и SO_3 .

30. Основная теорема о матричных элементах неприводимых представлений группы SU_2 .

31. Разложение представления группы SO_3 в пространстве полиномиальных функций на сфере.

32. Вычисление сферических функций.

Литература

I. Ж.-П.Серр, Линейные представления конечных групп, М., 1970, часть I.

2. М.А.Наймарк, Теория представлений групп, М., 1976, § 2 гл.I, § I гл.II.

3. А.А.Кириллов, Элементы теории представлений, М., 1972, п.18.I.

Обязательные задачи

I. Алгебра кватернионов $\mathbb{H}$.

I. Доказать, что отображение $q \to \bar{q}$ есть антиавтоморфизм алгебры $\mathbb{H}$.

2. Найти все автоморфизмы алгебры $\mathbb{H}$.

II. Конечные подгруппы группы SO_3 .

Изоморфизм $T \simeq A_4$, $O \simeq S_4$, $Y \simeq A_5$.

Ш. Классы сопряженных элементов в группах $GL_m(\mathbb{C})$, SU_n, SO_n, S_n, $\mathfrak{D}_n$, T, O, Y, Q

IУ. Операции над представлениями.

1. Доказать, что $\rho^2 = S^2\rho + \Lambda^2\rho$.
2. Описать представление $\rho^3 - S^3\rho - \Lambda^3\rho$.
3. Доказать, что $\Lambda^n\rho = \det\rho$.

У. Описание неприводимых представлений групп C_n, $\mathfrak{D}_n$, T, O, Y, Q.

ПРОГРАММА КУРСА

"АНАЛИЗА Ш" (экспериментальный поток)

5,6 семестры. Лектор А.Г.Костюченко.

I. Топологическое пространство. Метрическое пространство. Пополнение. Функциональные пространства и различные топологии в них. Поточечная сходимостьфункций.

2. Гильбертово пространство. Банаховы пространства. Счетно-нормированные пространства. Пространство линейных функционалов. Пространства аналитических функций. Примеры. Три общих принципа линейного анализа (теоремы Банаха-Штейнгауза, Хана-Банаха и Банаха об обратном операторе; две последние без доказательства).

2. Понятие гильбертова пространства, важнейшие примеры. Простейшие свойства. Методы построения различных базисов. Возможность возникновения непрерывных базисов. Интеграл Фурье в L_2 , Линейные функционалы и теорема Рисса.

3. Операторы в линейных пространствах. Различные виды сходимости; ограниченные и неограниченные операторы. Симметрические и самосопряженные операторы. Индексы дефекта. Примеры. Кососимметрические и унитарные операторы. Примеры.

4. Функции от операторав. Важнейшие примеры. Теорема о спеутральном разложении самосопряженного оператора. Примеры. Оператор Штурма-Лиувилля. на отрезке, полупрямой и на прямой с убывающим потенциалом. Операторы с простым спектром. Унитарно эквивалентные операторы. Однопараметрические группы. Важнейшие примеры: простейшие алгебры Ли $(X, i\frac{d}{dx})$; квантовый осциллятор; операторы рождения и уничтожения; собственные функции.

5. Спектральная теория оператора Лапласа и двумерном и трехмерном пространстве. Связь с теорией представлений групп SO_3 . Сферические функции. Бесселевы функции.

6. Компактные операторы. Примеры. Интегральные операторы. Их следы. Теорема Гильберта и Фредгольма.

7. Обобщенные функции. Пространство S . Преобразование Фурье. Важнейшие примеры.

8. Понятие фундаментального решения. Обратный оператор. Примеры,

МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ (для экспериментальной группы математиков) 68-0-0-0

Общаятеория моделей сплошной среды и основы тензорного исчисления в криволинейных координатах, модели упругого тела, вязкой и идеальной жидкости. Интегралы Бернулли, Коши-Лагранжа, теорема Томсона. Присоединенная масса сферы. Подъемная сила. Формулы Жуковского-Чаплыгина. Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Условия на ударных волнах. Волна Римана. Распространение волн в упругом теле.

Кафедра гидромеханики

Н.Р.Сибгатуллин, доцент.

Программа экзамена за У семестр прилагается.

ПРОГРАММА

I. Общая теория сплошных сред.

I. Теория деформаций. Компоненты тензора деформаций и их кинематический смысл. Условия совместности для компонент тензора деформаций. Девиаторная и шаровая части тензора деформаций.

2. Тензор скоростей деформации. Кинематический смысл дивергенции скорости. Вихрь вектора скорости. Теорема Стокса. Кинематические свойства вихрей.

3. Теория напряженного состояния, внешние и внутренние сиды. Исследование напряженного состояния в точке тела. Главные напряжения. Скалярные инварианты тензора напряжений. Девиатор и шаровой тензор напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.

4. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Законы Паскаля, НавьеСтокса, Гука. Изотропное упругое тело и изотропная вязкая жидкость.

5. Работа внутренних поверхностных сил. Теорема живых сил для сплошной среды. Закон сохранения энергии для сплошной среды. Уравнение притока тепла.

6. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера. Модель идеальной жидкости, уравнение Эйлера. Уравнение притока тепла для теплопроводноо газа. Адиабатические процессы. Равновесие газа в поле сил тяжести. Сила Архимеда. Конвективная устойчивость атмосферы. Уравнение идеальной жидкости в форме Громеки-Лэмба.

7. Интеграл Бернулли и интеграл Коши-Лагранжа. Парадокс Эйлера-Даламбера. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольцы о вихрях.

8. Сведения задачи об обтекании тела нестационарным потенциальным потоком несжимаемой жидкости к 6 внешним задачам Неймана. Разложение потенциала по мультиполям при - . Формулы Грина. Тензор коэффициентов присоединенной массы. Обобщенные энергия, количество движения и момент количества движения жидкости. Присоединенная масса сферы.

9. Компелксные потенциал для плоских потенциальных движений несжимаемое жидкости. Формула для обтекания кругового цилиндра. Формула Кутта-Жуковского для подъемной силы. Постулат Жуковского -Чаплыгина об обтекании тела с острой кромкой (Решение Кирхгофа об обтекании пластины со срывом струи и обтекание тонких тел предполагается рассказать на курсе ТФКП).

10. Постановка задач о волнах конечной и бесконечно малой амплитуды на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Задача Коши-Пуассона. Стоячие и прогрессивные волны. Дисперсионное уравнение. Групповая и фазовые скорости, метод стационарной фазы. Теория длинных волн. Уравнение Буссинеска и Кортвега-де Бриза. Периодические и уединенные волны.

УI семестр. 2-ле полугодие.

I. Движение шарика в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса, сила Стокса. Диффузия вихря в вязкой жидкости.

2. Общая математическая задача об устойчивости движения. Мягкое возбуждение колебаний. Неустойчивость тангенциального разрыва.

3. Теория Прандтля пограничного слоя. Решение Блазиуса. Отрыв пограничного слоя.

4. Звуковые волны. Решение волнового уравнения в плоском и сферическом случае. Поток энергии в звуковой волне. Изучение звука пульсирующим пузырем.

5. Волна Римана. Условия на ударных волнах. Сверхзвуковое обтекание клина.

6. Сведение квазилинейных уравнений одномерной неустановившейся и двумерной установившейся газодинамики к линейным уравнениям.

7. Волны в упругом теле. Продольные и поперечные волны. Существовавния поверхностных волн Рэлея.

8. Определение поля скоростей по распределению источников. Решение уравнения Пуассона. Закон Кулона и потенциал электростатического поля. Электрический момент системы зарядов и вектор поляризация. Вывод дифференциального уравнения для векторов электрической индукции.

9. Вектор-потенциал соленоидальной составляющей скорости. Поле скоростей, индуцируемое распределение вихрей. Закон Био и Саваре. Эквивалентность полей замкнутых токов и магнитных листков. Магнитыний момент системы замкнутых токов и вектор намагниченности. Вывод дифференциального уравнения для напряженности магнитного поля,

10. Понятие о токе смещения Максвелла. Закон Фарадея. в интегральной и дифференциальной форме. Полная система уравнений поляризующей и намагничивающей среды.

II. Уравнения магнитной гидродинамики. Вмороженность магнитных силовых линий. Магнитозвуковые и альфвеновский волны.

Литература.

I. Л.И.Седов Механика сплошных сред, I974, "Наука".
27 Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Механика сплошной среды, I954, "Наука".

(3 курс, 5 семестр, Сибгатуллин)

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА
по механике сплошной среды для экспериментальной
группы математиков, 5 семестр 1976г.

1. Точки зрения Эйлера и Лагранжа, линии тока и траектории, скорость и ускорение в лагранжевом описании. Полная и местная производные по времени.

2. Взаимный базис. Метрический тензор. Выражение символов Кристоффеля через коэффициенты метрики. Закон преобразования векторов и тензоров. Ковариантное дифференцирование тензоров и векторов.

3. Два тензора деформаций. Приведение к главным осям симметрического тензора 2-го ранга. Инварианты тензора, главные значения. Связь главных значений тензоров деформаций.

4. Условия совместности компонент тензора деформаций и тензор Римана. Связь тензора деформаций и вектора перемещений. Физическое истолкование компонент тензора деформаций.

5. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл 1-го инварианта тензора скоростей деформаций. Тензор Леви-Чивита, выражение ротора вектора и векторного произведения с его помощью. Теорема Коши-Лагранжа и распределении поля скоростей в малой частице.

6. Уравнение неразрывности в лагранжевом и эйлеровом описании. Уравнения движения сплошной среды в декартовых произвольных криволинейных координатах. Связь силы внутренних напряжений на площадке с произвольным направлением нормали и тензором напряжений. Интегральная форма уравнений движения.

7. Уравнение сохранения момента количества движения и симметрия тензора напряжений для классических сред. Модель идеальной жидкости.

8. Модель линейно упругого тела, закон Гука и уравнение Ляме теории упругости в перемещениях. Закон Навье-Стокса и уравнение Навье -Стокса вязкой жидкости.

9. Теорема живых сил. Уравнения сохранения энергии и притока тепла. Вид первого начала термодинамики для идеальной жидкости.

10. Закон Архимеда, Равновесие атмосферы: однородная, изотремическая и политропная модели. Термодинамика совершенноо газа, выражение энтропии через давление и плотность, политропные процессы. Устойчивость политропного равновесия атмосферы.

II. Уравнения движения в форме Громеки-Лемба. Интегралы Коши-Оагранжа и Бернулли.

I2. Теоремы Томсона и Гельмгольца о вихревой нити, интенсивности вихревой трубки во времени, о циркуляции на вихревой трубке в фиксированный момент времени.

I3. Возникновение вихрей в идельной жидкости. Формула для производства циркуляции в небаротропном случае. Пример возникновения циркуляции воздуха при местном прогреве.

I4. Оценки предела скоростей стационарного движения тел в воздухе, при которых влияние сжимаемой несущественно.

I5. Волновое уравнение и распространение звука. Общее решение уравнения Даламбера. Оператор Лапласа в произвольной и сферической системах координат. Сферические звуковые волны.

I6. Присоединение масса сферы и парадокс Даламбера.

I7. Условия Коши-Римана, комплексный потенциал и комплексная скорость. Вывод формул Блазиуса-Чаплыгина для подъемной силы и момета сил.

I8. Обтекание кругового цилиндра. Картины линий тока при оютекании цилиндра с различными значениями циркуляции. Опыты Прандтля по обтеканию вращающихся цилиндров.

I9. Неустойчивость тангенциального разрыва скорости. Общие рассуждения об устойчивости границы струи при обтекании пластинки по схеме Кирхгофа.

20. Комплексный потенциал обтекания теда произвольной формы. Постулат Жуковского-Чаплыгина. Схема образования нужного значения циркуляциии при движении тела с острой кромкой из состояния покоя.

2I. Нелинейная постановка задачи о волнах конечной амлитуды. Задача Коши-Пуассона. Дисперсионное уравнение и его предельный вид для длинных волн и волн на глубокой воде. Бегущие и стоячие волны.

22. Вывод уравнения Буссинеска!

Дополнительная литература.

К вопросам I-9 - "Механика сплошной среды" Л.И.Седов т.I
I0,II,I4,I5,I6 вопросы - "Механика сплошной среды" Л.И.Седов т.2
I2,I3,I7,20 - "Теоретическая гидромеханика" Кибель,Кочин, Розе.
I8,I9 - Прандель и Титьенс "Гидро и аэромеханика" и Ландау и Лифшиц "Механика сплошных сред"
2I вопрос - "Теоретическая гидромеханика" Кибеля, Кочина и Розе, а также В.И.Карпман "Нелинейные волны в диспергирующих средах"

Лектор - Сибгатуллин
6 семестр

ПРОГРАММА КУРСА
" Механика сплошной среды" для экспериментальной группы математиков

I. Вывод уравнений Буссинеска для длинных волна на поверхности тяжелой врды.

2. Вывод уравнения Кортевега-де Вриза (КдВ) из уравнений Бюргерса.

3. Условие постоянства спектра для линейного оператора, зависящего от параметра. Общий вид антисимметричного оператора 3-го пордка. Уравнение КдВ как условие постоянства спектра некоторого линейнпго оператора L .

4. Изолированные волны (солитоны). Собственные значения оператора соответствующего солитонам. Матрица рассеяния для оператора L и её зависимость от времени.

5. Волна Римана и её опрокидывание.

6. Условия на поверхностях разрыва и аддиабата Гюгонио.

7. Ударные волны малой амплитуды : вывод формулы для скаяка энтропии.

8. Взаимное расположение адиабат Пуассона и Гюгонио. Максимальное сжатие в ударной волне.

9. Обтекание клина сжимаемым газом. Построение присоединенной ударной волны, критический угол раствора клина.

I0. Вывод уравнения Бюргерса.

II. Сведение уравнения Бюргерса к уравнению теплопроводности. Структура слабой ударной волны и её характерная толщина.

I2. Диффузия прямолинейного вихря в вязкой несжимаемой жидкости.

I3. Π - теорема.

I4. Задача о течение жидкости между двумя вращающимися цилиндрами.

I5. Устойчивость течения жидкости между вращающимися цилиндрами.

I6. Модельное уравнение для амплитуды пульсаций при малых сверхкритических числах Рейнольдса. Мягкое и жесткое включение неустойчивости.

I7. Развитая турбулентность. Зависимость амплитуды пульсации скорости от масштаба в инерциальной области. Характерный масштаб диссипации вихрей.

I8. Основные представления теории пограничного слоя.

I9. Задача о пограничном слое на полубесконечной пластинке.

20. Уравнения в перемещениях Ламе. Продольные и поперечные упругие волны.

21. Поверхностные упругие волны Рэлея.